资产证券化信用评级模型述评

章虎 / 文

作为一种有效揭示信用风险的手段，信用评级可以帮助投资者根据各自的风险偏好来选择投资组合、降低发行者的融资成本，因此得到了广泛关注。在资产证券化过程中，信用评级无论对发行人还是投资者均有必要。从发行人角度看，信用评级的高低直接影响发行人的融资成本，也在很大程度上决定了资产支持证券在市场上的认可度（如许多法律规范以及机构投资者都对证券提出了最低信用等级要求）；从投资者角度看，信用评级能够对资产支持证券的信用和风险水平有更为客观的认识，弥补其在信息和分析方面的局限性。

一、资产证券化的风险

所谓风险是指在一定条件下和一定时期内，由于各种结果发生的不确定性而导致行为主体遭受损失发生的可能性的大小。通常损失大小以及损失发生概率是两个能够综合衡量风险的指标，风险与收益也是紧密联系的。

资产证券化的风险是指在资产证券化过程中由于各种因素的不确定性而给各参与方带来损失的可能性。作为一种结构性融资方式，资产证券化被认为具有低风险的特点，但是，由于其过程复杂，涉及的参与方较多，信用链也相对较长，所以不可避免地会出现一定的风险。一般来说，资产证券化的风险分为：系统风险、资产池构建风险、交易结构风险、信用风险、提前偿付风险以及评级下降风险。

（一）系统风险

系统风险是指各参与主体在进行资产证券化的过程中，所需要承受的政策风险以及经济风险，这类风险的承受者同时包括了投资者和发行人，在没有实现真实出售的资产证券化结构中，系统风险的承担者还包括发起人。政策风险主要有国家风险和法律风险两类，这两类风险是由融资者和投资者所在国的政治形势以及法律法规发生变化而导致的融资方信用结构改变、债务偿还能力改变等风险。经济风险主要指资产证券化所受的国际经济形势和各国宏观经济环境变化的影响，主要包括利率变化、汇率变化及各国经济发展速度对资产证券化所产生的影响。当市场利率和汇率发生较大幅度的变化时，资产证券化的风险也将同时变大。

（二）资产池构建风险

基础资产的质量直接关系资产证券化产品的信用风险，这是资产证券化最基础、最原始的风险。资产证券化产品的最终受益依赖于资产池资产的预期未来现金流量，即来自基础资产的收益，所以一旦基础资产质量出了问题，证券化产品将无法获得收益。

（三）交易结构风险

资产证券化是一种结构融资方式，融资成功与否及效率与其交易结构有着密切的关系。资产证券化交易结构风险是指，资产支持证券由于交易结构出现漏洞而导致的价值下降的风险。从理论上说，只要参与各方恪守各自承诺的合约，该结构会是一种完善的、风险分担的融资方式。但是它造成了一种不能按本意保护其参与者的偶然性结构，如果发起人的资产出售作为"真实销售"处理，证券化资产从发起人的资产负债表中剥离出去，发起人的其他债权人对这些资产没有追索权，那么，即使发起人破产，其被证券化的资产也不会作为清算对象，证券化资产的未来现金流量仍通过发行人转给债券的投资者。如果发起人的资产出售是作为一种资产负债表内融资处理的话，当发起人破产时，其他债权人对证券化资产享有追索权，这些资产的现金流量将会转给发起人的其他债权人，资产支持证券的投资者将面临本息损失的风险。

（四）信用风险

信用风险是指资产证券化各参与主体对其所承诺的各种合约的违约行为而造成的损失。信用贯穿于资产证券化的全过程，并在资产证券化中有着基础性的作用，所以信用风险也贯穿于资产证券化的整个信用链结构中。简单地说，信用风险表现为证券化资产所产生的现金流不能支付计划偿还的本金，同时也无法支付相应的利息和服务费。

（五）提前偿付风险

提前偿付风险是指资产池中基础资产的债务人对债务的提前偿还、或债务人破产并拍卖其资产后偿还债务从而对债权人的现金流造成影响、破坏债权人信贷计划。资产证券化的实质是债权人为了提高资金周转率和转移风险，将自身拥有的信贷资产出售 SPV（特殊目的载体），SPV 将这些资产加以整合进行打包构成资产池，形成资产支持证券后出售投资者的过程。由此可见，资产证券化是以信贷资产为基础的融资方式，由于债务人有权在债务到期前提前偿还全部或部分贷款，同时这种行为会造成资产池预期现金流的极大不确定性，因此提前偿付风险是资产证券化中不能忽视的风险。

（六）评级下降风险

在资产证券化过程中，资产池所包含的基础资产的信用风险都要有专门的信用机构进行评估，通过内部或外部专门的信用增级机构来提高证券的信用等级，从而降低发行成本、提高定价和上市能力。这一创新过程就使资产证券化特别容易受到评级下降的影响，当交易等级下降严重或者完全撤销时，将会对市场产生巨大的影响。在资产证券化的实际操作中，上述的风险会受到其他各种可能因素的影响，也会由于国家法律政策以及市场经济不稳定等其他复杂因素的变化而变化。

二、预期损失模型

一般认为，预期损失是资产证券化信用评级模型化分析的重点，它涉及信用分析人员对基

础资产（池）质量的考察、对整体交易结构稳健性的判断。在国外，信用评级机构往往把预期损失（规模与分布）作为分析资产证券化信用风险的主要尺度与基础概念，资产证券化所涉及的各种模型方法也正是针对预期损失的测定而展开的。

（一）二项式扩展方法（Binomial Expansion Technique, BET）

二项式扩展方法（BET）是 Moody's 于 1996 年最新提出，其主要方法是对资产池的分散度进行度量，得出分散度数值（Diversity Score，DS），将资产池转变成假想的由 DS 个同质性资产（各资产两两不相关，且名义价值和违约率均相同）组成的资产组合，并以此来模拟实际资产池的预期损失程度（Expected Loss，EL）。假想的资产组合的资产数目等于分散度数值（DS），考虑到假想资产组合的同质性，实际资产池就可以认为是 DS+1（0 个资产违约，1 个资产违约，…，DS 个资产违约）个违约场景，然后用二项式公式计算每个违约场景的发生概率，并估计每个违约场景下的现金流状况，最后综合成对资产池和各档次债券的损失概率分布的估计。

运用 BET 方法，首先要确定资产池分散度 DS 的数值。基于简化分析的目的，一般要对庞杂凌乱的原始资产池重新划分，以使资产池更加有序、更易于分析资产总体的风险特性。但是，划分多少组类，怎么划分，将是两个基本问题。分散度从字面意思上看就是指对资产池多样化的评分，它是反映资产池或者资产构成多样化程度的一个量化指标，是后续假设分析的基础。

资产按照某种指定的标准进行分组，也就是将资产池每笔资产的债务人按穆迪的行业类别（33 个类别）重新归类；在重新归类的每组内部，将各种资产进行简单算术平均，计算得到各组资产的平均账面价值，然后将其分别同穆迪的标准（标准见表 1）进行比较，取较小者进行加总，进而求出每组资产的分散度，再把这些加总的数值转化为所有行业分散度数值。

表 1　穆迪资产池分散度数值表

单位数值	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	＞6
分散度数值	1.0	1.2	1.5	1.8	2.0	2.2	2.3	2.5	2.7	2.8	3.0	

资料来源：Moody's

在一个资产池中，如果把 n 种资产分布到 m 个行业中，那么 DS 的计算公式为：

$$DS=\sum_{k=1}^{m}G\{\sum_{i=1}^{n_k}\min\{1,F_i/\overline{F}\}\} \qquad (2.1.1)$$

其中，$\overline{F}=\sum_{i=1}^{n}F_i/N$，$F_i$ 表示第 i 份资产的名义价值，n_k 表示第 k 个行业的债务人数量，$G\{x\}$ 表示对应关系。

2000 年，穆迪开始使用替代型资产分散度数值，即用替代型资产分散度数值 ADS 来替代 DS。该 ADS 是通过对损失分布的前两个环节（即均值和标准差）进行匹配而得出，这其中的

损失分布是在 BET 方法下与实际资产池和假设的同质资产组合密切相关的，具体公式为：

$$ADS=\frac{(\sum_{i=1}^{n}p_iF_i)[\sum_{i=1}^{n}(1-p_i)F_i]}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}(p_i(1-p_i)p_j(1-p_j))^{1/2}F_iF_j} \tag{2.1.2}$$

其中，p_i 表示第 i 种资产的违约概率，则 $1-p_i$ 表示的第 i 资产的回收概率。

若进一步假设所有部门内成对的违约相关系数为 ρ_1 以及所有跨部门成对的违约相关系数为 ρ_2，那么上述公式可简化为：

$$ADS=\frac{n^2}{n+\rho_2 n(n-1)+(\rho_1-\rho_2)\sum_{k=1}^{m}n_k(n_k-1)} \tag{2.1.3}$$

这样，就可以得到资产池的预期损失（EL）：

$$EL=\sum_{j=1}^{DS}P_jL_j \text{ 其中，} P_j=\frac{DS!}{j!(DS-j)!}PD^{j}(1-PD)^{D-j} \tag{2.1.4}$$

式中，DS 表示分散度数值，PD 表示与资产池相关的违约概率，L_i 表示第 i 种情景下的损失。

当穆迪认为 BET 是一种合适的测度方法时，他们就会在任何资产池同质的情况下使用。如果 BET 分析的资产池异质性过强，穆迪则推出了 MBET（multi-BET，即多重 BET），其是 BET 的改进版，基本思路是首先将原始资产池再划分为多个性质的“子资产池”，然后运用 BET 方法分析每个“子资产池”的分布，最后将每个“子资产池”视作资产池的基础资产，加权测算出整个资产池的违约损失。

该方法的优点是 BET 方法的统计学原理较为明朗，也不需要经过大量试算，具有计算友好的特征。缺点是其关于假设资产违约概率相同的基本假定不尽合理，因为该假定实际排斥了假设资产违约概率的其他可能分布；该方法对资产池的分散度划分也严重受制于分析者的经验知识，因为地理集中度、服务程序集中度和产品集中度的协同后果需要分析者针对具体交易结构作出主观判断；该方法的主导思路是静态的，没有充分关注时间因素，因而从中看不到违约可能发生的时间分布；此外，该方法所涉及的违约率严重依赖于历史数据，这一方面不适用于历史数据不足条件下的资产池信用分析，另一方面也难以对未来的资产池信用状况作出有效的预测。

（二）蒙特卡洛模拟方法（Monte Carlo Simulation）

蒙特卡洛模拟的基本思想：首先将最终考察问题进行因素分解，并且设定各个因素的分布特征；然后根据随机数逆推各个因素发生的可能规模，进而判断最终考察问题的可能特性。在实际预测、评价、决策过程中，决定最终问题的各类影响因素往往具有不同的数据表现，蒙特卡洛模拟就是综合这些影响因素的数据表现推定最终问题的可能性。

蒙特卡洛方法是基于简化的“结构性”信用风险模型的违约事件模拟，当债务人资产的价值低于其债务时，违约就认为会发生。假定债务人的资产价值变化服从对数正态分布，那么违约“阈值”所对应的一个标准的“距离”（DD_i）就可以由债务信用评级的相关违约概率（PD_i）推算出来：

$$DD_i = N^{-1}(PD_i) \tag{2.2.1}$$

其中，N^{-1} 是标准正态分布的反函数。

在每次模拟运行，对于资产池中的各资产，都能提取到一相关标准正态随机变量，这代表着在适当的水平上债务人资产价值的变化（ΔX_i）。如果$\Delta X_i < -DD_i$，那么就意味着违约或者是从恰当分布中得到的损失和挽回。n 种资产的违约损失就可以这样计算：

$$L_T = \sum_{i=1}^{n} (\Delta X_i < -DD_i) V_i (1 - RR_i) \tag{2.2.2}$$

这里，RR_i 是第 i 资产的挽回率，V_i 是第 i 资产的价值。

尽管蒙特卡洛模拟的基本思想较为简单，但其操作过程却相当复杂。一般可将蒙特卡洛模拟的实际操作过程大体归结为以下几个步骤：

第一步，明确“目标函数”以及界定影响该函数的变量。明确最终关注的问题以及影响该问题的各类因素，将最终关注的问题和各类影响因素指标化，并设定反映最终问题和影响指标的数学表达式，一般称之为“目标函数”。最终关注的问题要受到各类影响因素的制约，须对影响因素进行全面的分析，按照与最终关注问题相关的原则对因素进行分解。之后，将最终问题和各类因素指标化，并把各种影响因素指标按照是否在预计时期内保持不变划分为确定变量与随机变量。确定变量的大小和符号要根据影响指标的历史数据、所处的宏微观经济环境等方面判断（必要时可对既有的确定变量取值进行修正）。而对于随机变量，就必须对它们的分布、均值和方差作出假定。最后，设定最终关注问题与各类影响因素之间的函数关系。

第二步，生成服从 [0，1] 分布的均匀随机数，并通过逆转换将其转化为服从为先定分布的随机数。蒙特卡洛模拟的实质性操作多数情况下总是从 [0，1] 分布开始，除非事先为随机变量指定随机方程。之所以如此，原因在于：[0，1] 分布的取值不是 0 就是 1，它实际标明了某一事项从总体上看要么发生要么不发生这样的两种可能；相对于某一指标来说，[0，1] 分布的择一取值特征具有指示变量（指示某一指标是否发生，发生为 1，不发生为 0）的作用。进一步可知，在 [0，1] 之间生成的数值，实际可以视作某种事项可能出现的概率或者发生的总的可能程度，它与事项所对应的指标值的乘积也标明该指标此时所处的可能水平。之后，由累积密度函数的逆函数将均匀随机数转化为先定分布的随机数，这种转化同样要取决于随机变量的先定分布、均值和方差等数字特征。每个均匀随机数实际标明的是某一事项发生的总的可能程度，它实际上是个随机分布的概念（概率分布或者累积密度）。由于随机变量的分布事先已

作设定，因而可以通过逆变换（由概率分布或者累积密度的反函数，当然这也要求累积密度函数是可逆的）由均匀随机数找出相应的分位数；分位数实际上是随机变量的样本，它就是符合先定分布的随机数。

第三步，求出本次模拟所得到的最终关注指标的具体数值。将上步所得到的服从先定分布的随机数以及确定性变量的特定取值代入初始确定的考察指标函数，即可得到最终关注指标在本次模拟的数值。重复上两步 N 次，即得到最终关注指标的 N 个样本值，这也就是 N 次蒙特卡洛模拟。一般来说，模拟次数 N 越大，计算结果的精度越高，稳定性也越强，但是计算成本也是很高昂的，往往需要很长时间；而简单的数百次的模拟，虽然较为便捷，但是往往误差较大，结果也难以呈现稳定特征。

最后，描述最终关注指标的模拟特征。这包括分布特征、均值和方差以及计算的精度以及误差，判断最终关注指标的收敛性质（稳定性）。在对最终关注指标的模拟值集合进行分析时，首先要排除那些奇异点（跳跃点）、明显不规则的样本值。因为蒙特卡洛模拟所关注的是最终关注变量的可能的一般活动水平。其次，可从样本值的图形特征分析最终关注指标的分布类型。再次，计算样本值的方差与均值，进而说明计算精度与稳定性及其与模拟次数之间的关系。

（三）傅立叶变换方法

一般地，给定资产池的加权平均违约比率，通过引入傅立叶函数，得到概率分布或累计密度。然后根据基础资产之间的独立或者相关性，对傅立叶函数求期望。在评估资产池违约分布时，可反向运用上述过程：给定某一时间长度，根据各项基础资产的分布特征，可以得到资产池的傅立叶变换取值。对其进行逆变换，可以求出资产池给定违约比率发生的概率，再通过不断变换时间长度，最终将会得到资产池每一违约比率的总体分布特征。从测算方法上看，傅里叶变换允许基础资产违约比率存在各种可能分布，所以其优于 BET，也更贴近现实；傅里叶变换同样考虑了基础资产的多种分布可能，但其计算量远低于 MCS，因为傅里叶变换涉及的主要计算只是将时间长度代入资产池傅立叶变换，然后倒算出给定资产池加权平均违约比率的各个概率及其出现的频率。从适用范围上看，傅里叶变换可用于分析基础资产在信用风险、规模或者到期日方面存在明显异质性时的资产池违约分布，异质性越强傅里叶变换就越有用武之地。

三、违约和提前偿付模型

除了对预期损失进行模型化分析外，资产证券化的信用评级还对基础资产的违约和提前偿付模型化，一般基于静态池方法对模型进行讨论。

我们把违约和提前偿付模型划分为两组：确定型和随机型模型。确定型模型是较为简单的模型，因为其没有设置随机项，也就是说一旦模型的参数被设置了，违约和提前偿付的进展在未来时间内是可知的。随机模型要更先进，其实基于随机过程和概率论。通过随机过程模拟出违约和提前偿付情况，我们可以得到：违约和提前偿付的随机点；随机的月度违约和提前偿付

比率；违约之间、提前偿付之间以及违约和提前偿付之间的相关系数。

我们主要关注的是时间区间，发行时间（t=0）以及基础资产加权平均到期日（T）。违约曲线 $P_d(t)$，指的是违约期限结构，即在时间 t 的累积违约率；违约分布指的是时刻 T 上累积违约率的分布。同样，提前偿付曲线指的是提前偿付期限结构，即时间 T 的累积提前偿付比例；违约分布，指的是在时刻 T 累积提前偿付比率的分布。

通常有两种方法来模拟违约和提前偿付，自上而下方法（the top-down approach，即 portfolio-level models）和自下而上方法（the bottom-up approach，即 loan-level models）。在自上而下方法中，首要的是模拟出资产组合里累积违约和提前偿付率。而自下而上方法，首要的是模拟出各自贷款违约和提前偿付行为。方法的选择依赖于众多因素，如资产池的贷款总数等等。

（一）确定型违约模型

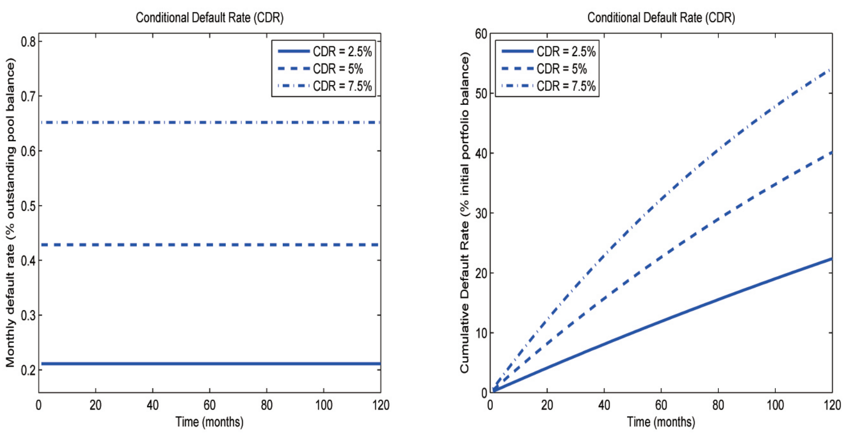
1、条件违约率（Conditional Default Rate）

条件违约率（CDR）方法是用现金流模型（cash flow model）求违约的最简单方法。CDR 是应用于开始的一段时间内未偿付池余额的连续的年违约率，因此对于资产池历史来说模型是条件的，故称为条件违约率。CDR 可以通过下式转化为月度概率：

$$SMM=1-(1-CDR)^{1/12} \qquad (3.1.1)$$

图 1 给出了三个 CDR 值（2.5%，5%，7.5%）下，SMM 与对应的累积违约率。CDR 是应用于资产池中无提前偿付行为，即资金余额的减少仅源于违约。

图 1：月度违约率（左图）和累积违约率（右图）



注：基础资产池包含没有提前偿付的非摊销资产。

下表给出了 SMM 等于 0.2% 的 CDR 变化情况。

表 2 SMM=0.2% 的 CDR 方法说明

时间	资产池余额	违约的本金	SMM（%）	累积违约率
1	100,000,000	200,000	0.20	0.2000
2	99,800,000	199,600	0.20	0.3996
3	99,600,400	199,201	0.20	0.5988
...	...	...	...	...
58	89,037,182	178,431	0.20	10.9628
59	88,859,108	178,074	0.20	11.1409
60	88,681,390	177,718	0.20	11.3186
61	88,504,027	177,363	0.20	11.4960
62	88,327,019	177,008	0.20	11.6730
...	...	...	...	...
119	78,801,487	157,919	0.20	21.1985
120	78,643,884	157,603	0.20	21.3561

为了计算一特定月的 CDR，首先要通过本月违约资金余额除以月初未偿还资金余额，再减去本月预定偿还本金的差来计算月度违约率，那么月度违约率就可以年化：

$$CDR=1-(1-SMM)^{12} \qquad (3.1.2)$$

CDR 方法易于使用，甚至可以通过累积违约率的概率分布来产生违约情景。但该方法显得过于简单，因为假定违约率在整个时间内固定不变。

2、广义 logistic 违约模型

传统方法通过用 S 型函数来模拟违约的期限结构，较为著名的 S 型函数是广义 Logistic 函数，定义为：

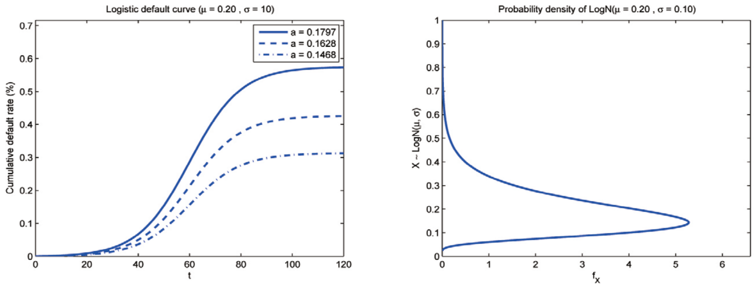
$$F(t)=\frac{a}{1+be^{-c(t-t_0)}} \qquad (3.1.3)$$

则有 $\frac{dF(t)}{dt}=c(1-\frac{F(t)}{a})F(t)$ （3.1.4）

式中 a，b，c，t_0 都是大于零的常数，$t\in[0,T]$。

在违约曲线模型里，$P_d(t):=F(t)$ 是时间 t 的累积违约率，当 b=1，t_0 是累积损失的拐点，也就是说在时间 t_0 之前，P_d 的增长速度是增大的，而在之后，增长速度减小。$\lim_{t\to\infty}F(t)=a$，这样 a 就控制着违约曲线的右边终点。对于足够大的 T，我们可以近似得到到期日违约率，即 $P_d(T)\approx a$。因此，a 是预定违约分布（如对数正态分布）的一随机抽样，每个不同的 a 都对应不同的违约曲线。因此用 Logistic 函数进行情景分析是合适的。参数 c 控制着 Logistic 曲线的增长率，也就是单位时间的增长比例（方程 3.1.4）。

图 2 Logistic 违约曲线（左）和对数正态违约分布（右）



左图 Logistic 函数中参数为 b=1，c=0.1，t_0=55，T=120 以及 5 个不同 a 值的 c 曲线，源于均值为 0.20 以及标准差为 0.10 的对数正态分布。注意到 t=55 时，违约曲线发生的明显变化。右边为累积违约率的概率密度函数。

由于 Logistic 模型能够对违约曲线有明确的表达式，故此模型是有吸引力的。4 个参数 (a,b,c,t_0) 使得模型基本形状不同变化是可能的，这就给使用者创造不同的违约情景提供了可能。该模型也容易落实到蒙特卡洛场景发生器上。

当然 Logistic 违约模型也有一些缺陷：光滑的，确定的和静态的。对于 Logistic 模型，大多数违约集中发生在资产池的中间位置时间。违约率的变化是光滑的，然而该模型很难捕捉到月度违约率的跳跃性变化；另外，一旦累积违约期望值被固定，模型将是确定性的，没有任何随机项；最后，模型中需要提前偿付之间是独立的。

（二）随机型违约模型

正如上文所说，确定性违约模型对随机现象的捕捉是很有限的。为了应对 Logistic 模型的缺陷，下文就一系列随机模型展开描述。

1、Levy 投资组合违约率

Levy 投资组合违约率是对投资组合水平上的累积违约率进行模型化的。违约率，也就是 t 时刻违约的贷款比例服从：

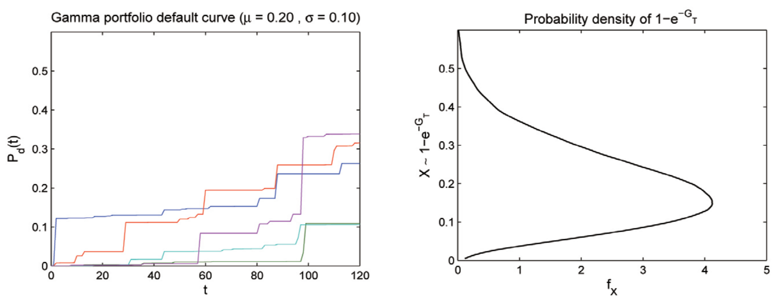
$$P_d = \{P_d(t) = 1 - \exp(-\lambda_t^d), t \ge 0\} \qquad (3.2.1)$$

这里，$\lambda^d = \{\lambda_t^d : t \ge 0\}$ 是严格递增的 Levy 过程。引入动态性和随机性，也就是说 $p_d(t)$ 是随机变量。为了模拟违约曲线，我们必须绘制过程 λ^d 的实现。同时，由于 Levy 过程的性质 $\lambda_0^d = 0$，故有 $P_d(0) = 0$。

假设 λ^d 是形状参数 a 和尺度参数 b 的 Gamma 过程 $G = \{G_t : t > 0\}$，那么有 $\lambda_t^d \sim Gamma(at, b)$，t ＞ 0。故到期时的累积违约率 $1 - \exp(-\lambda_T^d)$，$\lambda_T^d \sim Gamma(aT, b)$。对于预先给定的均值 μ_d 和标准差 σ_d，我们就可以通过下式求出参数 a 与 b 了。

$$\begin{cases} E[1-\exp(-\lambda_T^d)] = \mu_d \\ Var[1-\exp(-\lambda_T^d)] = \sigma_d^2 \end{cases} \tag{3.2.2}$$

图 3 Levy 违约曲线（左图）和相关的违约分布（右图）



上图左边给出了参数 a≈0.024914，b≈12.904475 以及 T=120 的过程（3.2.1）产生的五个违约曲线，违约分布的均值和标准差为 0.20 和 0.10。我们注意到所有曲线都是从 0 开始，并且是跳跃的，同时也是时间上的随机函数。为了构造另一违约曲线，就需要在 [0,T] 上重新建立整体强度过程，而不是仅改变其端点。相对应的密度函数如图中右边所示。

（三）确定型提前偿付模型

确定型提前偿付的观点起源于先前的公共证券协会（Public Securities Association），其基本假设是提前偿付的数量是从 0 开始，以及按照一定的比例 a 增长直到时间 t_{00} 的稳定状态，然后保持这样的一个提前偿付率直到到期时间 T。注意到这样的 t_{00} 与上文所说的违约曲线的拐点 t_0 是不同的。对应的边际和累积提前偿付曲线如下：

$$cpr(t) = \begin{cases} \alpha t & 0 \le t \le t_{00} \\ \alpha t_{00} & t_{00} \le t \le T \end{cases} \tag{3.3.1}$$

$$CPR(t) = \begin{cases} \dfrac{\alpha t^2}{2} & 0 \le t \le t_{00} \\ -\dfrac{\alpha t_{00}^2}{2} + \alpha t_{00} & t_{00} \le t \le T \end{cases} \tag{3.3.2}$$

方程（3.3.1）中可以清楚看到，在时间 t_{00} 之前，边际提前偿付比例以 a 的速度增长，然后保持不变。因此累积提前偿付曲线在区间 [0，t_{00}] 上以二次方的趋势增长，而在区间 [t_{00}，T] 是线性的。对于给定的 t_{00} 和到期日累积提前偿付比例 CPR(T)，它们之间有：

$$\alpha = \frac{CPR(T)}{Tt_{00} - \dfrac{t_{00}^2}{2}} \tag{3.3.3}$$

因此，一旦 t_{00} 和 CPR(T) 确定，边际和累积偿付曲线就可以确定。

四、修正的 KMV 模型

假定资产变现收入即本息回收收入服从如下随机过程：$V_t=f(z_t)$，其中 V_t 为 t 时刻的资产

变现收入，z_t 为随机变量，f() 为某一特定函数。

若债券到期（到期日为 T）时，资产变现收入 V_T 小于应偿还的债券价值 B_T，债券就会违约。即违约的条件可以表示为 $V_T < B_T$。违约概率 $p=P[V_T < B_T]$。假定某一时刻资产的变现收入即本息回收收入围绕其均值服从正态分布，可得：

$$p = P[V_T < B_T] = p[\frac{V_T - B_T}{\sigma_V} < 0] \quad （4.1.1）$$

其中 V_T 是债券到期时资产变现收入，B_T 是债券到期时需偿还的价值，σ_v 变现收入的波动性。

由于资产变现收入服从正态分布，因此有 $p = N[-\frac{V_T - B_T}{\sigma_V}]$。KMV 模型定义了违约距离（DD，Default Distance）的概念，即 $DD = \frac{V_T - B_T}{\sigma_V}$。这样，我们就可以计算出债券到期时的违约概率：

$$p = N[-DD] \quad （4.1.2）$$

如果我们假设资产变现收入服从对数正态分布，则其资产变现收入服从随机过程——标准几何布朗运动，即：

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz_t \quad （4.1.3）$$

这里，μ 表示资产变现收入的瞬时增长率；σ 为资产变现收入的波动率；dz_t 表示维纳过程（标准几何布朗运动）的增量。

令 t=0 时，V(0) =V，由上式可得，资产变现收入可以表示为：

$$V_t = V \exp\{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)t + \sigma\sqrt{t}Z_t\} \quad （4.1.4）$$

t ＞ 0 时，资产变现收入的对数服从正态分布，可得其均值和方差，分布为：

$$E[\ln V_t] = \ln V + \mu_t - \frac{1}{2}\sigma^2 t, \quad Var[\ln V_t] = \sigma^2 t \text{。} \quad （4.1.5）$$

在实际测算一般把时间间隔取为 1，也就是考察一年以后的违约概率，则有

$$\mu = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} \ln\frac{V_{i+1}}{V_i} + \frac{1}{2}\sigma^2 \quad （4.1.6）$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n-1}(\ln\frac{V_{i+1}}{V_i} - \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{V_{i+1}}{V_i})^2} \quad （4.1.7）$$

当债券到期时，如果资产变现收入小于理应偿还的债务就会导致违约，则违约概率 P 可表示为

$$p = P[V_T < B_T] = p[\ln V_T < \ln B_T] \quad （4.1.8）$$

即

$$p = N[\frac{\ln B_T - \ln V - \mu T + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}] \quad （4.1.9）$$

则违约距离

$$DD=\frac{\ln(\frac{V}{B_T})+\mu T-\frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}} \tag{4.1.10}$$

五、模型风险

模型风险要视评级机构在确定信用增级时使用的具体模型而定，而且也依赖于评级机构对相关性和回收率的假定，因此这本质上是评级准确度的问题。近年来，国外对大量资产证券化各档次债券进行降级的部分原因是模型中违约相关系数和回收率偏低，这就表现出了模型风险的存在。

从某种意义上说，越复杂的情况对假定的依赖程度就越高，因而模型风险也就越大。由于该风险应该由市场定价，所以得到的部分收益增长可能就成为模型风险的直接反映。Lngo Fender 和 John Kiff(2004) 通过分析，说明相关性对预期损失估计的影响可能会相当大，这就意味着，对违约相关性的错误假定就会导致评级机构对资产池各档次债券的风险作出过低或过高的估计。例如，对于穆迪而言，即使使用各版本的 BET 法的同时结合运用其他的方法，仍然会存在模型风险。

随着经济全球化的进一步发展，资产证券化作为一种新型的金融衍生产品，近年来发展尤为迅速，其对深化融资结构改革、提高资产流动性、分散风险以及优化资源配置等都具有重要作用。资产证券化的各类风险是证券化过程中结构安排以及产品交易首要关注的问题。通过对上述预期损失模型、违约和提前偿付模型以及修正的 KMV 模型的研究，可以较好对违约、违约损失以及提前偿付进行模拟和识别。但同时也注意到方法中一些不足，如：BET 方法中需假设资产违约服从二项分布、蒙特卡洛模拟方法的计算量巨大以及确定型违约模型是静态的。考虑到我国在违约这方面历史数据的局限，不能对基础资产的违约率分布做出假定，因而不能盲目套用西方的先进方法与模型。因此，我们应充分吸取国外模型方法中的优点，再结合我国国情，针对不同证券化产品采用多种组合方法。

参考文献：

Lngo Fender and John Kiff. CDO rating methodology: Some thoughts on model risk and its implications，2004，BIS Working Papers，No.163.

Henrik Jonsson, Wim Schoutens, and Geert Van Damme. New Models for Rating Asset Backed Securities, 2008, Radon Series on Computational and Applied Mathematics, Vol.8.

Henrik Jonsson and Wim Schoutens. Asset backed securities: Risks, Ratings and Quantitative Modeling, 2009, European Investment Bank.

朱荣恩，丁豪樑 . 资信评级 [M]. 中国时代经济出版社 ,2006.

赵旭 . 信贷资产证券化的违约风险分析 [J]. 商业研究，2006(20)：148-151.

王少波 . 资产证券化信用评级：国外模型方法及其借鉴 [J]. 当代经济科学，2007(6)：37-44.

宋宸刚 . 信贷资产证券化信用评级方法选择与风险控制 [J]. 社会科学辑刊，2008(5)：114-117.